Praca kontrolna - semestr IV

Test

Zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

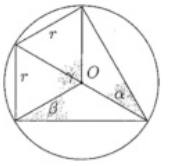
1. Dany jest okrąg o środku w punkcie $O(1,2)$ i promieniu 3 oraz okrąg o środku w punkcie S i promieniu 2. Okręgi te są styczne, gdy:

A. $S(3,4)$, B. $S(-4,3)$, C. $S(-2,4)$, D. $S(-3,-1)$.

2. Okrąg o środku w punkcie $O(-3,-2)$ i promieniu 4 ma dwa punkty wspólne z prostą o równaniu:

A. $y=-6$, B. $x=-6$, C. $y=2$, D. $x=2$.

3. Dany jest okrąg o środku O i promieniu r (rysunek obok). Suma miar kątów: α, β i γ jest równa:



A. 120°, C. 180°,
B. 150°, D. 210°.

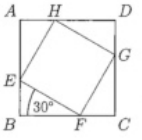
4. Dany jest równoległobok o wierzchołkach: $A(0,0)$, $B(6,0)$, $C(9,3)$, $D(3,3)$. Obwód tego równoległoboku należy do przedziału:

A. $(20;21)$, B. $(19;20)$, C. $(18;19)$, D. $(17;18)$.

5. Jedna ze środkowych trójkąta o wierzchołkach: $A(0,4)$, $B(6,0)$, $C(6,4)$ ma długość:

A. $\sqrt{11}$, B. $\sqrt{13}$, C. $\sqrt{15}$, D. $\sqrt{17}$.

6. Bok kwadratu $ABCD$ (rysunek obok) ma długość 1. Obwód kwadratu $EFGH$ jest równy:



A. $\sqrt{3}+1$, C. $2\sqrt{3}-1$,
B. $\sqrt{3}+2$, D. $4\sqrt{3}-4$.

7. Prostokąt $A_1B_1C_1D_1$ jest obrazem w symetrii względem początku układu współrzędnych prostokąta o wierzchołkach: $A(-5,-2)$, $B(1,-2)$, $C(1,3)$ i $D(-5,3)$. Pole części wspólnej tych prostokątów jest równe:

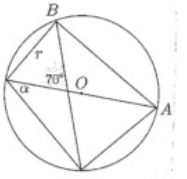
A. 4, B. 6, C. 8, D. 12.

Zadania z krótką odpowiedzią

Zadanie 1 (2 pkt)
W rombie kąt rozwarty ma miarę 135°, a wysokość jest równa 6 cm. Oblicz pole tego rombu.

Zadanie 2 (2 pkt)
Podstawy trapezu równoramiennego mają długości 4 cm i 6 cm, a jego kąt rozwarty ma miarę 120°. Oblicz pole tego trapezu.

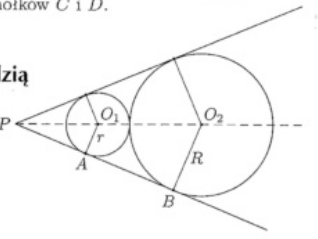
Zadanie 3 (2 pkt)
Na rysunku obok przedstawiono okrąg o środku O i promieniu r. Wyznacz kąt α.



Zadanie 4 (2 pkt)
Punkty $A(-3,-1)$ i $B(1,1)$ są wierzchołkami równoległoboku $ABCD$, a punkt $P(-2,1)$ – jego środkiem symetrii. Wyznacz współrzędne wierzchołków C i D.

Zadania z rozszerzoną odpowiedzią

Zadanie 5 (5 pkt)
Okrąg o środku w punkcie O_2 ma promień równy 5, a $|PB| = 12$ (rysunek obok). Oblicz sinus kąta O_1PA oraz długość odcinka O_1A.



Zadanie 6 (5 pkt)
W prostokącie o polu 48 cm^2 i obwodzie 28 cm połączono odcinkami środki sąsiednich boków. Oblicz obwód otrzymanego rombu i wartości funkcji trygonometrycznych jego kąta ostrego.

Zadanie 7 (5 pkt)
Pole równoległoboku wynosi 8 cm^2, obwód – 24 cm, a sinus kąta ostrego jest równy 0,25. Oblicz wysokości tego równoległoboku.

Zadanie 8 (4 pkt)
Do okręgu o środku $S(3,1)$ należy punkt $P(6,5)$. Punkty A i B są punktami przecięcia okręgu z osią OY. Oblicz długość cięciwy AB i podaj współrzędne punktów A i B.

Test

Zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

1. Do wykresu funkcji $f(x)=4^x$ należy punkt o współrzędnych:

A. $(-1,-4)$, B. $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$, C. $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$, D. $\left(\frac{1}{4},1\right)$.

2. Wartość funkcji $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ jest liczbą całkowitą dla:

A. $x=\frac{1}{2}$, B. $x=-3$, C. $x=2$, D. $x=10$.

3. Wartość funkcji $f(x)=\left(\sqrt{2}\right)^x$ jest liczbą wymierną dla:

A. $x=1$, B. $x=-1$, C. $x=-3$, D. $x=-6$.

4. Funkcją rosnącą jest funkcja:

A. $f(x)=(\sqrt{3}-1)^x$, C. $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$,
B. $f(x)=(\sqrt{5}-1)^x$, D. $f(x)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x$.

5. Która funkcja ma dodatnie miejsce zerowe?

A. $f(x)=6^x-6$ C. $h(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x-2$
B. $g(x)=4^x+4$ D. $k(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x+2$

6. Prawdziwa jest nierówność:

A. $3^{\sqrt{2}}\leqslant 3^{1,5}$, C. $2^{\pi}\leqslant 2^{3,14}$,
B. $0{,}5^{\sqrt{2}}\leqslant 0{,}5^{1,5}$, D. $4^{\pi}\leqslant 4^{3,141}$.

7. Prawdziwa jest równość:

A. $16^{\sqrt{2}}\cdot 4^{2\sqrt{2}}=16^{3\sqrt{2}}$, C. $4^{\sqrt{3}}:2^{2\sqrt{3}}=2$,
B. $8^{2\sqrt{5}}:2^{6\sqrt{5}-1}=2$, D. $2^{5\sqrt{5}}\cdot 32^{2-\sqrt{5}}=2^5$.

8. Prawdziwa jest nierówność:

A. $\log_2 8<\log_3 9$, C. $\log_2\frac{1}{2}>\log_{\frac{1}{3}}3$,
B. $\log_{\frac{1}{2}}8<\log_{\frac{1}{3}}9$, D. $\log_{\frac{1}{2}}1>\log_3 3$.

9. Liczbą ujemną jest:

A. $\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{4}$, B. $\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{2}$, C. $\log_4 2$, D. $\log_4\frac{1}{2}$.

10. Prawdziwa jest równość:

A. $\log_3 12-2\log_3 2=1$, C. $\log_3 6+\log_3\frac{1}{2}=3$,
B. $\log_3 27+\log_3 3=3$, D. $\log_3 75-\log_3 25=-1$.

Zadania z krótką odpowiedzią

Zadanie 1 (2 pkt)
Wyznacz liczbę, której 80% jest równe $2^{3+2\sqrt{3}}:4^{\sqrt{3}}$.

Zadanie 2 (2 pkt)
Ile naturalnych dzielników ma liczba n spełniająca równanie $8=(\sqrt[4]{2})^n$?

Zadanie 3 (2 pkt)
Punkt $P(p,2)$ należy do wykresu funkcji $y=16^x$. Wyznacz p.

Zadanie 4 (2 pkt)
Uzasadnij równość $4\log_9 3+9\log_3 9=5\log_3 81$.

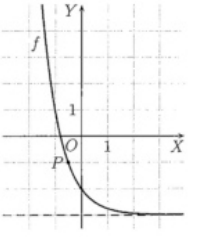
Zadanie 5 (2 pkt)
Uzasadnij, że liczba $\log_2\sqrt{6}+\log_2\sqrt{8}-\log_2\sqrt{3}$ jest wymierna.

Zadania z rozszerzoną odpowiedzią

Zadanie 6 (4 pkt)
Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji:

$$f(x)=a^x-3$$

Oblicz wartość tej funkcji dla $x=-5$, jeśli punkt $P(-\frac{1}{2},-1)$ należy do jej wykresu.



Zadanie 7 (4 pkt)
Naszkicuj wykresy funkcji $f(x)=3^x$ i $g(x)=9\cdot 3^x$. Prosta $y=100$ przecina wykres funkcji f w punkcie P, a wykres funkcji g w punkcie Q. Ile jest równa długość odcinka PQ?

Zadanie 8 (4 pkt)
Oblicz obwód trójkąta prostokątnego, którego przyprostokątne mają długości $a=\log_{\frac{1}{2}}2^{-5}$ i $b=\log_3 3^{15}-\log_3 27$.

Zadanie 9 (5 pkt)
Liczba p jest rozwiązaniem równania $x\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{8}=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}$, a liczba q – rozwiązaniem równania $4^6x-2^{10}=4\cdot 2^8$. Oblicz sumę odwrotności kwadratów tych liczb.

Zadanie 10 (4 pkt)
Naszkicuj wykres funkcji $f(x)=a^x+b$, gdzie $a=\log_9\sqrt{3}$ oraz $b=\log_3\frac{1}{9}$.